

Имена и открытия: математическое наследие Смоленщины

**Баврин Иван Иванович—
математик, методист и
педагог из Вязьмы: от
научной школы
до школьных учебников**



**Харитоновна Людмила Георгиевна,
учитель математики МБОУ Шимановской СОШ Вяземского района,
народный учитель Российской Федерации**



Баврин Иван Иванович: научная биография

Баврин Иван Иванович

(20.09.1932, Вязьма – 12.01.2017, Москва)

- **В 1956** году окончил физико-математический факультет Московского областного педагогического института (МОПИ).
- **Доктор физико-математических наук** (1968), тема диссертации — «Исследование по теории аналитических функций многих комплексных переменных».
- **Профессор** (1969).
- **Член-корреспондент РАО** с марта 1993 года, **действительный член РАО** с 27 апреля 2001 года.
- **С 1994** года — профессор кафедры теоретической информатики и дискретной математики математического факультета МПГУ.
- **Читал курсы** «Математический анализ», «Теория вероятности и математическая статистика», «Теория случайных процессов», спецкурсы: «Начало анализа и математические модели в естествознании и экономике».
- **Более 25 лет** являлся членом Президиума и председателем секции педагогических вузов Научно-методического совета по математике при Министерстве высшего образования.

Баврин Иван Иванович: научная деятельность



- **Создатель научного направления**, разрабатывающего операторный метод и метод интегральных преобразований в комплексном анализе, и соответствующей научной школы. С помощью этих методов Баврин решил ряд важных проблем комплексного анализа и нашёл им применение для решения задач анализа, математической физики и теории распознавания образов.
- **Автор и соавтор** большого количества учебников и учебных пособий по высшей математике для различных вузовских специальностей (от гуманитарных до физико-математических).
- **Написал ряд учебных пособий** и научно-популярных книг для школьников (о приложениях математики, о педагоге С. А. Рачинском, сборников старинных и занимательных задач и др.).
- **С 1968 года** — член специализированных советов по защитах диссертаций. Под его руководством подготовлено 25 кандидатов и 4 доктора наук.

Баврин Иван Иванович: научные труды



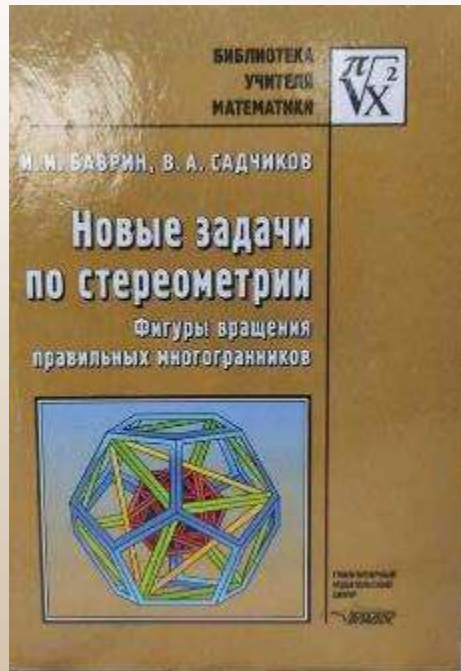
- **Автор и соавтор** монографий, учебников и учебных пособий.
- **Постоянный автор** журнала «Доклады АН» (с 1959 года опубликовал 65 научных статей).
- **Автор журналов** «Дифференциальные уравнения», «Analysis Mathematica», «Математика в школе», «Начальная школа».
- **Автор статьи** «Метрическая система мер» в школьной энциклопедии «Математика».
- **Написал ряд книг** для школьников («Старинные задачи» (1995), «Занимательные задачи по математике», «Начала анализа и математические модели в естествознании и экономике»).

Организация проектной деятельности через решение прикладных задач из наследия И.И. Баврина

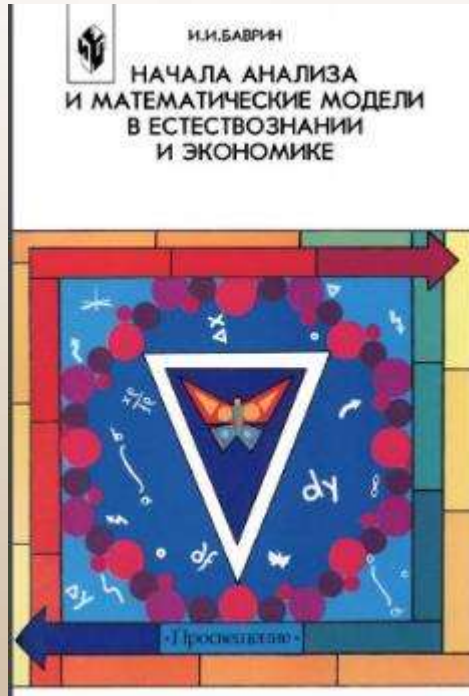
И. И. Баврин, В. А. Садчиков «Новые задачи по стереометрии».

Фигуры вращения правильных многогранников.

- В книге собраны задачи, которые выходят за рамки стандартных упражнений школьной программы.
- Авторы предлагают **новые методы решения задач на вращение**:
 - ✓ рассматривается методика нахождения уравнения **меридианной гиперболы** для фигуры вращения;
 - ✓ решаются задачи на вычисление **объёма и площади поверхности** тел, которые получаются при вращении правильных многогранников вокруг прямой, содержащей их ребро, медиану или высоту.
- Такой подход помогает увидеть **межпредметные связи**: как геометрические задачи решаются с помощью алгебраических методов и начал анализа.
- Пособие будет полезно **старшеклассникам**, которые углублённо изучают математику, а также **учителям** для организации дополнительных занятий или олимпиадной подготовки.



Организация проектной деятельности через решение прикладных задач из наследия И.И. Баврина



И. И. Баврин «Начала анализа и математические модели в естествознании».

- **Книга** посвящена построению математических моделей в естествознании (физике, биологии, химии) и экономике.
- Изложение опирается на курс алгебры и математического анализа.
- Учебное пособие адресовано старшеклассникам (10–11 классы). Его главная идея — показать, как аппарат математического анализа (функции, производная, интеграл, дифференциальные уравнения) помогает строить и исследовать модели реальных процессов — причём не только в экономике, но и в других областях.
- Автор стремится восполнить пробел: в стандартных учебниках по алгебре и началам анализа часто мало прикладных задач, а в этой книге как раз много таких примеров.



ФУНКЦИИ В ЕСТЕСТВОЗНАНИИ И ЭКОНОМИКЕ

СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ФУНКЦИИ

Понятие функции и различные способы ее задания, среди которых наиболее употребительны аналитический, табличный и графический, давно уже используются в естествознании и экономике. Известно, что путь s , пройденный телом с постоянной скоростью v , есть функция времени t :

$$s = vt;$$

площадь S круга есть функция его радиуса R :

$$S = \pi R^2.$$

Многие биологические явления (слух, зрение и т. д.) связаны с колебательными процессами, описание которых достигается с помощью тригонометрических функций

$$y = \sin x, \quad y = \cos x.$$

В различного рода экспериментах и наблюдениях широко используется табличный способ задания функции. Много таблиц используют и работники бухгалтерий, сбербанков и т. д.

Графический способ задания функции применяется при работе различных самопишущих приборов. В медицине, например, работа сердца анализируется с помощью кардиографа.

Организация проектной деятельности через решение прикладных задач из наследия И.И. Баврина («Начала анализа и математические модели в естествознании»)

ЗАКОН НЕПРЕРЫВНОГО (ОРГАНИЧЕСКОГО) РОСТА

Число e находит применение при выводе закона, которому подчиняются многие естественные процессы, как-то: распад радиоактивного вещества, размножение бактерий, рост народонаселения, рост денежных вкладов и др. Разберем типичный в этом отношении пример начисления сбербанком процентов по вкладу.

Рост денежных вкладов. Сбербанк выплачивает 10% годовых от суммы вклада. Если 1 января положить в сбербанк 100 000 р., то в конце года на них будет начислено 10 000 р. процентов. Если же 1 июля взять весь вклад обратно, то будет начислено не 10 000 р., а половина этой суммы, т. е. 5000 р. Если изъять вклад 1 апреля, то будет начислено $10\,000 \text{ р.} \cdot \frac{1}{4}$, т. е. 2500 р.

Поэтому, вместо того чтобы вложить 1 января 100 000 р. и истребовать их в конце года, выгоднее 1 июля изъять весь вклад и вложить его снова.

НЕПРЕРЫВНЫЕ И РАЗРЫВНЫЕ ФУНКЦИИ В ЕСТЕСТВОЗНАНИИ И ЭКОНОМИКЕ

Заметим прежде всего, что слух, зрение, восприятие ультразвука, используемые многими биологическими видами, — все эти явления связаны с колебательными процессами, описание которых достигается с помощью тригонометрических функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$.

Вместе с тем в конкретном эксперименте такие величины, как путь, биомасса популяции, численность популяции (число особей в популяции), температура, время и т. п., не могут принимать значения, равные любому действительному числу. Так, путь может быть в зависимости от ситуации измерен целым числом километров или миллиметров; биомасса измеряется тоннами или десятками миллиграммов; время — годами или сотыми долями секунды. И, формально говоря, область значений и область определения упомянутых функций не являются промежутками, а

Приведем примеры разрывных функций.

Пример 1. Скорость тела, падающего на землю, вообще является непрерывной функцией времени, но для момента удара можно условно считать, что она мгновенно (скачком) падает до нуля, т. е. терпит разрыв.

Пример 2. Рассмотрим клетку, способную возбуждаться от внешних воздействий, например нервные клетки, клетки мышц и т. п. Если величину возбуждения E измерить в тех или иных единицах, то график возбуждения $E = E(t)$ имеет вид, изображенный на рисунке 1.

В момент t_0 клетка получает сигнал. Однако возбуждение про-

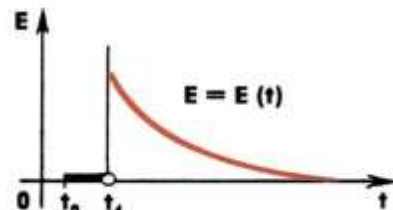


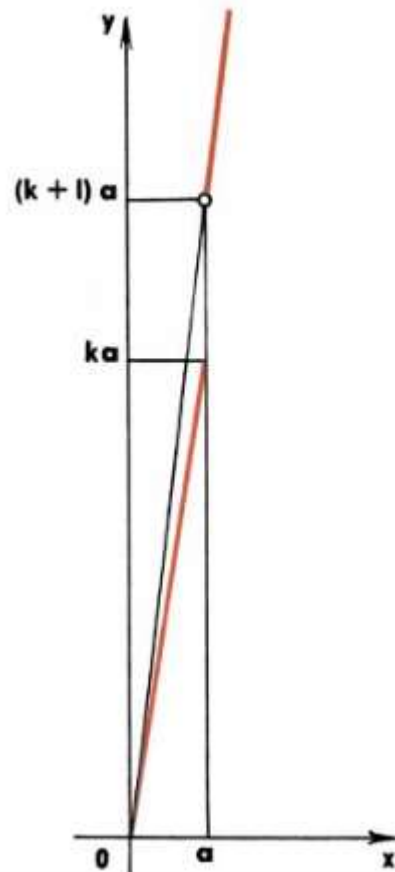
Рис. 1

Организация проектной деятельности через решение прикладных задач из наследия И.И. Баврина («Начала анализа и математические модели в естествознании»)

Пример 3. В области экономики одинаково часто встречаются как непрерывные, так и разрывные функции. Пусть x — количество израсходованной предприятием электроэнергии в кВт·ч, а y — ее стоимость в рублях. Известно, что $y = kx$, где k — тариф, т. е. стоимость 1 кВт·ч. Эта функция непрерывна. Изменим условия этого примера. В целях стимулирования экономии электроэнергии введено два разных тарифа: если расход энергии не превышает a кВт·ч, то тариф прежний и равен k ; если же расход превышает a кВт·ч, то тариф увеличивается на l , т. е. становится равным $k + l$. Таким образом,

$$y = \begin{cases} kx, & \text{если } 0 < x \leq a, \\ (k + l)x, & \text{если } x > a. \end{cases}$$

График этой функции имеет вид, изображенный на рисунке 2.



Организация проектной деятельности через решение прикладных задач из наследия И.И. Баврина («Начала анализа и математические модели в естествознании»)

ПРОИЗВОДНАЯ В ЗАДАЧАХ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ И ЭКОНОМИКИ

Задача о скорости химической реакции. Пусть дана функция $m = m(t)$, где m — количество некоторого вещества, вступившего в химическую реакцию к моменту времени t . Приращению времени Δt будет соответствовать приращение Δm величины m . Отношение $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ — средняя скорость химической реакции за промежуток времени Δt . Предел этого отношения при стремлении Δt к нулю, т. е. $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta t}$, есть скорость химической реакции в данный момент времени t .

Задача о скорости роста популяции. Пусть $p = p(t)$ — размер популяции бактерий в момент t . Тогда, рассуждая, как и выше, получим, что $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta p}{\Delta t}$ есть скорость роста популяции бактерий в данный момент t .

ЗАДАЧИ НА ЭКСТРЕМУМ

Задача 1. Составляется электрическая цепь из двух параллельно соединенных сопротивлений. При каком соотношении между этими сопротивлениями сопротивление всей цепи максимально, если при последовательном соединении этих сопротивлений оно равно R ?

Задача 2. В питательную среду вносят популяцию из 1000 бактерий. Численность популяции возрастает по закону:

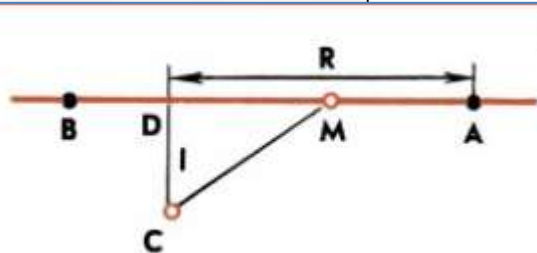
$$p(t) = 1000 + \frac{1000t}{100 + t^2},$$

где t выражается в часах. Найти максимальный размер этой популяции.

Задача 3. Реакция организма на введенное лекарство может выражаться в повышении кровяного давления, уменьшении температуры тела, изменении пульса или других физиологических показателей. Степень реакции зависит от назначенного лекарства, его дозы. Предположим, что x обозначает дозу назначенного лекарства, а степень реакции y описывается функцией $y = f(x) = x^2(a - x)$, где a — некоторая положительная постоянная. При каком значении x реакция максимальна?

Организация проектной деятельности через решение прикладных задач из наследия И.И. Баврина («Начала анализа и математические модели в естествознании»)

ПРОИЗВОДНАЯ В ЗАДАЧАХ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ И ЭКОНОМИКИ



Задача 7. По прямой AB проходит железная дорога (рис. 5), в стороне от которой находится пункт C . Требуется груз из пункта C перевезти в пункт M , лежащий на железной дороге, в направлении конечного пункта назначения A с наименьшими затратами. Из C в M перевозка осуществляется автомобильным транспортом, который в m раз дороже, чем железнодорожный.

Решение. Пусть x — расстояние DM , l — кратчайшее расстояние до железной дороги от пункта C , а R — расстояние от D до конечного пункта A на железной дороге. По теореме Пифагора

$$CM = \sqrt{l^2 + x^2}.$$

Стоимость проезда y выражается в виде

$$y = y(x) = k(R - x) + mk\sqrt{l^2 + x^2},$$

где k — стоимость перевозки на 1 км по железной дороге. Нужно найти наименьшую стоимость провоза груза из C в A указанным путем, т. е. наименьшее значение функции y на отрезке $[0; R]$. По условию задачи $x > 0$. Поэтому производная

Организация проектной деятельности через решение прикладных задач из наследия И.И. Баврина («Начала анализа и математические модели в естествознании»)

ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ В ЗАДАЧАХ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ И ЭКОНОМИКИ

ПОЛЕТ РАКЕТЫ

Задача о запуске ракеты. Определить работу W , необходимую для запуска ракеты массой m_p с поверхности Земли вертикально вверх на высоту h . (Сопротивлением воздуха пренебрегаем.)

Решение. Ось Ox направим вертикально вверх, ее начало считаем центром Земли. Далее, обозначим через F величину силы притяжения ракеты Землей. Пусть m_z — масса Земли. Согласно закону Ньютона

$$F = k \frac{m_p m_z}{x^2},$$

где x — расстояние от ракеты до центра Земли, $k > 0$ — коэффициент пропорциональности, одинаковый для всех тел в природе, называемый постоянной всемирного тяготения или гравитационной

постоянной ($k = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$). Полагая $k m_p m_z = \gamma$, получим

$F(x) = \frac{\gamma}{x^2}$; $R \leq x \leq h + R$, R — радиус Земли. При $x = R$ сила

$F(R) = \frac{\gamma}{R^2}$ равна весу P ракеты, поэтому $\gamma = PR^2$ и $F(x) = \frac{PR^2}{x^2}$.

Значит,

$$W = \int_R^{R+h} F(x) dx = PR^2 \int_R^{R+h} \frac{dx}{x^2} = -PR^2 \frac{1}{x} \Big|_R^{R+h} = \frac{PRh}{R+h}.$$

ЧИСЛЕННОСТЬ ПОПУЛЯЦИИ

Число особей в популяции (численность популяции) меняется со временем. Если условия существования популяции благоприятны, то рождаемость превышает смертность и общее число особей в популяции растет со временем. Назовем *скоростью роста популяции* прирост числа особей в единицу времени. Обозначим эту скорость $v = v(t)$. В «старых», установившихся популяциях, давно обитающих в данной местности, скорость роста $v(t)$ мала и медленно приближается к нулю. Но если популяция молода, ее взаимоотношения с другими местными популяциями еще не установились или существуют внешние причины, изменяющие эти взаимоотношения, например сознательное вмешательство человека, то $v(t)$ может значительно колебаться, уменьшаясь или увеличиваясь.

Если известна скорость роста популяции $v(t)$, то прирост численности популяции $N(t)$ за промежуток времени от t_0 до T есть

$$N(T) - N(t_0) = \int_{t_0}^T v(t) dt. \quad (23)$$

Известно, что в условиях неограниченных ресурсов питания скорость роста многих популяций экспоненциальна, т. е. $v(t) = ae^{kt}$. Популяция в этом случае как бы «не стареет». Такие условия можно создать, например, для микроорганизмов, пересаживая время от времени развивающуюся культуру в новые емкости с питательной средой. Применяя формулу (23), в этом случае получим

$$N(T) = N(t_0) + a \int_{t_0}^T e^{kt} dt$$

Организация проектной деятельности через решение прикладных задач из наследия И.И. Баврина (*«Начала анализа и математические модели в естествознании»*)



ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ФИЗИКЕ

РАДИОАКТИВНЫЙ РАСПАД

Задача. Скорость распада радия в каждый момент времени прямо пропорциональна его наличной массе. Найти закон распада радия, если известно, что в начальный момент $t=0$ имелось m_0 г радия и период полураспада радия (период времени, по истечении которого распадается половина наличной массы радия) равен 1590 лет.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ХИМИИ

ЗАКОН ПЕРЕХОДА ВЕЩЕСТВА В РАСТВОР

Рассмотрим процесс перехода вещества в раствор. Известно, что при фиксированной температуре количество вещества, содержащееся в определенном объеме растворителя, не может превзойти некоторого, определенного для каждого вещества, числа P , соответствующего насыщенному раствору. Известно также, что по мере приближения к насыщенному раствору уменьшается количество вещества, переходящего в раствор за единицу времени. Иными словами, чем больше вещества перешло в раствор, тем меньше скорость перехода.

Организация проектной деятельности через решение прикладных задач из наследия И.И. Баврина («Начала анализа и математические модели в естествознании»)

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В БИОЛОГИИ

УВЕЛИЧЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА ФЕРМЕНТА

Задача. В культуре пивных дрожжей быстрота прироста действующего фермента прямо пропорциональна наличному его количеству x . Первоначальное количество фермента a в течение 1 ч удвоилось. Во сколько раз оно увеличится через 3 ч?

РОСТ ЛИСТЬЕВ РАСТЕНИЯ

Скорость увеличения площади молодого листа виктории-регии, имеющего форму круга, прямо пропорциональна длине окружности листа и количеству солнечного света, падающего на него. Последнее прямо пропорционально площади листа и косинусу угла между направлением лучей и вертикалью к листу. Найти зависимость между площадью S листа и временем t , если в 6 ч утра эта площадь равнялась 1600 см^2 , а в 18 ч того же дня — 2500 см^2 .

Принять, что угол между направлением луча Солнца и вертикалью в 6 ч утра и в 18 ч (без учета знака) равен 90° , а в полдень — 0° .

Пусть t — время, отсчитываемое от полуночи. Если S — переменная площадь листа, то скорость роста площади листа

$$S' = k_1 2\pi r Q,$$

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ЭКОНОМИКЕ

НЕПРЕРЫВНЫЙ РОСТ НАСЕЛЕНИЯ ИЛИ ЕГО УБЫВАНИЕ

Пусть скорость прироста (или убывания) некоторой величины зависит от ее наличного количества A в данный момент t . В начальный момент $t=0$ эта величина равна A_0 . Найти зависимость величины A от времени t .

Для построения математической модели простейшего типа роста населения принимаем, что скорость изменения количества населения прямо пропорциональна этому количеству. Скорость прироста населения выражается производной A' . Если $k > 0$ — коэффициент пропорциональности, то в случае прироста населения

$$A' = kA \quad (1)$$

и в случае его убывания

$$A' = -kA. \quad (2)$$

Уравнение (1) имеет вид уравнения (1) из пункта «Увеличение количества фермента» с начальным условием $A = A_0$ при $t = 0$. Следовательно, согласно формуле (3) из того же пункта $A = A_0 e^{kt}$.



Рис. 27

Имена и открытия: математическое наследие Смоленщины



«Математика для естествовника — это не просто вспомогательная дисциплина. Это микроскоп, позволяющий увидеть невидимые законы природы. Наша задача как преподавателей — не отпугнуть студента формализмом, а научить его переводить биологическую проблему на строгий язык дифференциальных уравнений».

И. И. Баврин

Организация проектной деятельности через решение старинных задач из наследия И.И. Баврина («Сельский учитель С. А. Рачинский и его задачи для устного счета»)
https://www.mathedu.ru/text/bavrin_selskiy_uchitel_rachinskiy_i_ego_zadachi_2015/p114/



Устный счет как в начальной, так и особенно в средней школе получил еще недостаточно широкое распространение. Умело поставленный и систематически проводимый устный счет развивает у учащихся способность быстро и безошибочно проводить разнообразные устные вычисления.

Владение навыками устного счета в сочетании со знанием искусственных приемов сокращенных вычислений дает возможность учащимся выбрать в каждом отдельном случае наиболее рациональные и эффективные пути вычислений, что приводит не только к дополнительному выигрышу времени при устном счете, но и к облегчению выполнения письменного и полуписьменного счета. Устный счет развивает у детей инициативу, сообразительность, изобретательность, внимание, память, мышление, прививает любовь и интерес к математике.

- В этих книгах воспроизведены задачи Сергея Александровича Рачинского из его сборника «1001 задача для умственного счета».
- Впервые публикуется биография этого замечательного русского педагога и просветителя, а также некоторые из его оригинальных приемов устного счета.

Организация проектной деятельности через решение старинных задач из наследия И.И. Баврина

- «Путешествие в мир старинных задач»;
- «Загадки Рачинского: решаем вместе»;
- «Исторические задачи: от древности до наших дней»;
- «Математические ребусы Рачинского»;
- «Тайны старинных задач: исследование и решения»;
- «Арифметика прошлого: задачи Рачинского»;
- «Старинные задачи: головоломки для ума»;
- «Решаем задачи Рачинского: шаг в прошлое математики»;
- «Математическое наследие: задачи из прошлого»;
- «Загадки и задачи: от Рачинского до наших дней»;
- «Исторические задачи: от древности до наших дней»;
- «Математические приключения в задачах Рачинского»;
- «Старинные задачи: вызов для современных детей»;
- «Решаем задачи Рачинского: погружение в историю»;
- «Задачи прошлого: математика в старинных задачах».



Баврин Иван Иванович: выдающиеся достижения

- **Успехи учеников.** По учебникам Ивана Ивановича Баврина математическую подготовку прошли **сотни тысяч учителей-предметников** по всей России и СНГ. Его труды позволили поднять уровень физико-математической грамотности в смежных естественнонаучных дисциплинах.
- **Знаменитые выпускники.** Аспиранты профессора Баврина И. И. сегодня успешно руководят кафедрами в педагогических университетах страны, развивая его идеи профессионально-направленного обучения высшей математике.
- **Признание и награды:**
 - ✓ Действительный член (академик) Российской академии образования.
 - ✓ Доктор физико-математических наук.
 - ✓ Заслуженный деятель науки Российской Федерации.
 - ✓ Лауреат премии Правительства РФ в области образования.
 - ✓ Медаль К. Д. Ушинского.
 - ✓ Золотая медаль Российской академии образования «За достижения в науке».
 - ✓ Знак «За заслуги».
 - ✓ Ветеран труда.





Вдохновляйтесь, чтобы вдохновлять учиться!



- **И.И. Баврин – математик, методист и педагог из Вязьмы: от научной школы до школьных учебников.**
- **Организация проектной деятельности через решение старинных и прикладных задач из наследия И.И. Баврина.**

Приглашаем к сотрудничеству!